# Развитие математического мышления учащихся посредством решения эвристических задач

*И.И. Целищева,*
*С.А. Зайцева*

Одна из наиболее сложных проблем школьного обучения – повышение самостоятельности мышления учащихся.

Существующие программы и учебники по математике предоставляют большие возможности для развития мышления. Однако если его логическая составляющая развивается достаточно активно, то развитие эвристических элементов мышления значительно отстает.

Как показывают психологические исследования, учащиеся начальной школы, уверенно оперируя довольно сложными приемами и абстрактными понятиями, усвоенными с помощью учителя, нередко обнаруживают полную беспомощность в простейших ситуациях, где требуется проявить минимум умственной инициативы, сообразительности. Не случайно поэтому в последние годы в методической печати уделяется большое внимание решению так называемых **нестандартных задач**, развивающих эвристическое мышление. При этом большая часть предлагаемых материалов рекомендуется для использования не на уроке, а во внеклассной работе. И это вполне оправдано. Поисковая деятельность учащихся, направленная на решение эвристических задач и их графическое оформление, а также обсуждение различных вариантов решения и анализ типичных ошибок требуют значительного времени, выделять которое на уроке при его насыщенности учебным материалом не всегда удается.

В то же время развитие умственной инициативы, эвристических элементов мышления учащихся требует определенной системы.

В своей статье мы хотим поделиться **опытом применения системы решения эвристических задач во внеклассной работе с учащимися 1–2-х классов**, которую регулярно проводят студенты факультета педагогики и психологии в период непрерывной педагогической практики в течение всего учебного года. Подобную работу можно проводить учителям начальных классов или воспитателям групп продленного дня.

Планируя работу, мы прежде всего отбирали наиболее подходящие для младшего школьного возраста виды эвристических задач.

### Задачи на оперирование понятиями «все», «некоторые», «отдельные»

Это задачи-вопросы вида:

1. Все ученики вашего класса пойдут завтра в кино. Пойдешь ли в кино ты?

2. В парке растут деревья и кустарники. Сирень – кустарник. Растет ли в парке сирень?

3. На дереве сидели 4 синицы и 6 воробьев. 5 птиц улетело. Был ли среди них хоть один воробей? Объясни.

### Задачи на установление временных, пространственных и функциональных отношений

Примеры задач данного вида:

1. Сережа считал, что пришел на сбор за 15 мин до начала, но его часы отстали на 10 мин, а проведение сбора задержалось на 20 мин. Сколько времени ждал Сережа начала сбора?

2. Деревянный окрашенный кубик распилили пополам. Сколько стало окрашенных и неокрашенных сторон у каждой половины?

3. Бревно длиной 6 м распилили на 6 равных частей. Сколько раз пришлось распиливать бревно?

4. Как отмерить 3 л воды, если есть кружки емкостью 7 л и 2 л?

5. Коля живет на 6-м этаже, а Петя на 3-м этаже в этом же подъезде. Сколько ступенек до Петиной квартиры, если до Колиной 60?

### Задачи на придумывание собственных способов обозначения схематизации и символизации для выражения различных отношений

1. Вырази схематически отношения, в которых находятся:

а) город, поселок, деревня;

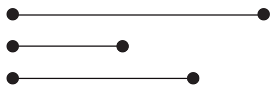
б) море, озеро, лужа;

в) солдат, сержант, офицер;

г) лето, зима, весна, осень;

д) город, улица в нем и дом на этой улице.

2. Даны три отрезка. Обозначь их и запиши несколько равенств, связывающих длины этих отрезков:



### Задачи на комбинаторные действия

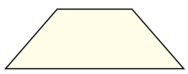
1. Петя (П), Коля (К) и Вася (В) хотят сесть на скамейку. Как можно их рассадить? Сколько всевозможных вариантов посадки ты можешь указать? Запиши их.

2. Составь как можно больше примеров, используя числа 2, 4, 8.

3. Во дворе гуляли куры и собаки. Мальчик посчитал их лапы, получилось 10 лап. Сколько могло быть кур и сколько собак?

4. Во дворе стояли мотоциклы, легковые машины и мотоциклы с колясками. Мальчик насчитал всего 13 колес. Сколько могло стоять во дворе машин, мотоциклов и мотоциклов с колясками?

5. Покажи, как из данной фигуры можно получить прямоугольник.



### Задачи на установление сходства и соответствия

Это задачи на придумывание слова, соответствующего по значению данному; на определение предметов, содержащих данную геометрическую фигуру; на придумывание пар предметов, находящихся в таких же отношениях, как предметы данной пары; на выделение из группы тех предметов, которым присущ общий признак, и т. п. Вот примеры таких задач:

1. Придумай свои пары предметов, которые находятся в таких же отношениях, как предметы в следующих парах:

а) колесо – машина, машина – шофер;

б) топор – дерево, дерево – кровать.

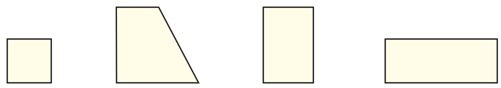
2. Найди лишнее слово в ряду: *сливки, сало, сметана, творог*. Объясни, почему оно лишнее.

3. Допиши еще несколько слов в ряду:

а) лужа, пруд, озеро, ...

б) солдат, сержант, офицер, ...

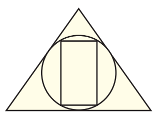
4. Определи, какая фигура лишняя и почему.



### Задачи на активный перебор вариантов отношений

1. Как разделить 6 яблок на 6 человек, чтобы каждый получил по одному яблоку и одно осталось в корзинке?

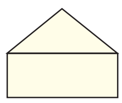
2. Из каких знакомых тебе фигур состоит эта фигура?



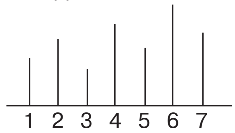
3. Заполни квадрат цифрами так, чтобы сумма чисел по всем направлениям была равна 15.

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | 5 | 3 |
| 2 | | |

4. Нарисуй такую же фигуру без отрыва карандаша от бумаги и не проводя два раза одну и ту же линию.



5. Напиши номера отрезков в порядке возрастания их длины.




При подборе задач каждого вида мы придерживались следующих принципов. Задачи должны:

1) соответствовать возможностям учащихся как по объему элементов, так и по сложности их отношений;

2) быть близкими жизненному (но не обязательно учебному) опыту ребенка и в то же время содержать элемент новизны, необычности формулировки, нестандартности решения;

3) стимулировать прежде всего самостоятельные умственные усилия каждого ученика, способствовать раскрытию его творческой индивидуальности.

Внеклассные занятия проводились один раз в неделю по 35–40 мин. На каждом из них дети получали для решения по 6–7 задач разных видов. Степень трудности задач каждого вида как по объему, так и по сложности отношений возрастала по мере приобретения детьми умения анализировать и решать их. Решение каждой задачи, особенно на первых занятиях, мы подробно анализировали, давая возможность высказаться всем желающим, чтобы каждому было интересно и понятно, где и что он решил правильно, а где ошибался и почему.

Работа началась с решения задачи, не содержащей числовых данных:.«Все ученики вашего класса идут завтра в кино. Пойдешь ли в кино ты?» Дети по распространенной в быту привычке восприняли слово *все* в условии задачи как «большинство» или «все, кроме меня» и в ответе учитывали только свое желание или нежелание пойти в кино, т. е. исключали себя из множества учащихся своего класса. Потребовалось дополнительное разъяснение значения слова *все* по сравнению со словами *часть, некоторые, отдельные*.

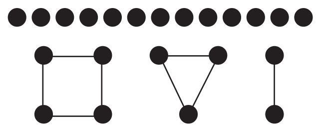
Немалые затруднения вызвала у детей другая задача, не требовавшая выполнения арифметических действий: «На дереве сидели 4 синицы и 6 воробьев. 5 птиц улетело. Улетел ли среди них хоть один воробей?» Большинство учащихся по опыту решения обычных задач решили и эту задачу двумя арифметическими действиями ($4 + 6 = 10$; $10 - 5 = 5$) и записали в ответе: «Один воробей улетел». Только трое учеников сразу дали правильный ответ, что 5 птиц – больше, чем 4 синицы, значит, хоть один воробей улетел.

Анализируя решение, мы попросили детей рассказать, как они рассуждали, как представляли себе то, что описано в задаче. Кроме того, мы предложили детям перечислить все возможные варианты состава улетевших птиц. При этом было выяснено, что наименьшее число улетевших воробьев может быть только 1 и что для этого достаточно сравнить числа 4 и 5 в условии задачи.

Самыми трудными на первых занятиях оказались задачи на установление пространственных отношений, например: «Деревянный окрашенный кубик распилили пополам. Сколько окрашенных и неокрашенных сторон (граней) оказалось у каждой половины?» Мы считали, что, опираясь на образное представление хорошо знакомого предмета, дети быстро решат эту задачу. Поэтому, не показывая кубика, предложили представить себе окрашенный кубик, мысленно распилить его пополам и посчитать, сколько будет окрашенных и неокрашенных сторон у каждой половины. Однако только один ученик ответил, что у каждой половины будет 5 окрашенных и одна неокрашенная сторона, т. е. предъявил одно из двух возможных решений. Активное манипулирование образом только во внутреннем плане оказалось непосильным для учащихся. И лишь наглядный показ распиливания кубика на объемной модели и практический подсчет окрашенных и неокрашенных граней после распиливания по диагональному сечению и по сечению, параллельному одной из граней, помогли детям убедиться в возможности двух решений этой задачи.

Вызвала затруднения и одна из первых задач на комбинаторные действия: «Во дворе стояли легковые машины, мотоциклы и мотоциклы с колясками. Мальчик насчитал всего 13 колес. Сколько могло быть машин, мотоциклов и мотоциклов с колясками?»

Затруднение вызвало то, что в данной задаче три неизвестных, а явно обозначенных числовых данных только одно (13 колес). В результате беседы было выяснено, что в условии задачи не одно, а четыре числовых данных, так как, кроме общего числа колес, известно, что у мотоцикла 2 колеса, у мотоцикла с коляской – 3, а у машины – 4. Но и после этого оказалось, что решить задачу обычным путем, с помощью арифметических действий, трудно. Мы предложили детям использовать для обозначения условия задачи кружки. Учащиеся легко догадались сделать такие обозначения:



Опираясь на этот рисунок, многие пришли к правильному решению. Однако при анализе выяснилось, что учащиеся решали задачу не рассуждая, путем простого перебора разных сочетаний машин с последующим подсчетом общего числа колес. В дальнейшей беседе мы показали детям два возможных пути рассуждения при решении данной задачи.

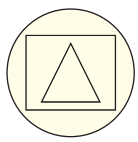
*1-й путь.* Сколько могло быть легковых машин? Выяснили, что число колес машины (4 колеса) укладывается в общем числе колес 3 раза, но тогда на все мотоциклы остается только 1 колесо, что невозможно. Значит, машин могло быть 2 или 1. Если машин было 2 (8 колес), то оставшиеся 5 колес могут приходиться только на 1 мотоцикл и 1 мотоцикл с коляской. Если машина была 1, то освободившиеся 4 колеса могут приходиться только на 2 мотоцикла.

*2-й путь.* Сколько будет колес, если предположить, что во дворе было по одной машине каждого вида? Выяснили, что 1 машина, 1 мотоцикл и 1 мотоцикл с коляской будут иметь вместе 9 колес, что при этом до 13 колес не хватило бы 4 колеса. А отсюда легко установить, что эти 4 колеса могут приходиться или на 1 машину, или на 2 мотоцикла.

Так дети познакомились с решением задачи с помощью схем и с опорой на свой жизненный опыт, а также путем рассуждений и предположений.

Учитывая важность схематизации и символизации для выражения различных отношений, на одном из первых занятий мы предложили для решения только с помощью схем такую задачу: «Изобрази условными знаками свой город, свою улицу и дом, в котором ты живешь».

Учащиеся предложили изобразить данные отношения в виде отрезков разной длины: большой отрезок – город, поменьше – улица, еще меньше – дом. Это свидетельствовало о том, что дети имеют правильное представление о соразмерности элементов данного отношения. Но было необходимо, чтобы дети установили и выразили и другую особенность данного отношения – включение элементов одного множества в другое. Для этого в беседе было выяснено, что улица находится в городе и является его частью, а дом – частью улицы. После этого учащиеся сами предложили изобразить город и улицу в нем в виде включенных друг в друга геометрических фигур, например, в виде круга и расположенного внутри него квадрата, а дом – в виде треугольника внутри квадрата.



Необычность формулировки условий задач, нестандартность решений, возможность творческого поиска вызвали у детей большой интерес. Они с нетерпением ждали каждого занятия и активно участвовали в работе.

*(Продолжение следует)*

***Ира Ивановна Целищева** – доцент, зам. заведующего кафедрой начального математического образования Шуйского государственного педагогического университета;*
***Светлана Анатольевна Зайцева** – доцент кафедры начального математического образования Шуйского государственного педагогического университета.*