Обучение решению уравнений в начальных классах

В.В. Смирнова

Большую трудность для детей младшего школьного возраста представляет умение решать даже простые уравнения. Основано это умение на знании взаимосвязи компонентов и результатов арифметических действий. У многих учителей начальных классов на стене рядом с доской можно увидеть таблицы образца:

$$\overset{\text{слагаемое}}{2} + \overset{\text{слагаемое}}{3} = \overset{\text{сумма}}{5},$$

которые нужного эффекта не дают. Я в своей долголетней практике пришла к другому выводу. Вместе с детьми по мере изучения всех четырех арифметических действий мы постепенно составляем таблицу взаимосвязи компонентов и результатов арифметических действий в таком виде:

Слагаемое + слагаемое = сумма
Уменьшаемое – вычитаемое = разность
Множимое · множитель = произведение
Делимое : делитель = частное

Устанавливаем, что каждый компонент арифметического действия имеет свое конкретное место, которое никогда не меняется. Периодически в начале урока дети на листочках самостоятельно составляют эту таблицу, подчеркивают те компоненты, которые принимают наибольшее значение. Таким образом я выясняю, насколько прочно дети усвоили связь между компонентами и результатами всех четырех арифметических действий.

Такой вид работы я провожу до тех пор, пока знания детей о взаимосвязи компонентов и результатов арифметических действий не будут доведены до автоматизма.

Ознакомление с решением уравнений я провожу, опираясь на следующие схемы.

I. $4 + 3 = 7$

$$\underbrace{\overset{\text{I слаг.}}{4}\qquad\overset{\text{II слаг.}}{3}}_{7}$$

сумма (целое)

$$\underbrace{\overset{\text{I слаг.}}{x}\qquad\overset{\text{II слаг.}}{3}}_{7}$$

сумма

$x + 3 = \underline{7}$
$x = 7 - 3$
$x = 4$

$$\underbrace{4\qquad y}_{7}$$

$4 + y = \underline{7}$
$y = 7 - 4$
$y = 3$

$$\underbrace{4\qquad 3}_{b}$$

$4 + 3 = b$
$b = 7$

II. Уменьшаемое вычитаемое разность

$\underline{10} - 8 = 2$

$$\underbrace{\overset{\text{вычит.}}{8}\qquad\overset{\text{разн.}}{2}}_{10}$$

уменьш.

$$\underbrace{\overset{\text{вычит.}}{x}\qquad\overset{\text{разн.}}{2}}_{10}$$

уменьш.

$\underline{10} - x = 2$
$x = 10 - 2$
$x = 8$

$$\underbrace{8\qquad b}_{10}$$

$10 - 8 = b$
$b = 2$

$$\underbrace{8\qquad 2}_{a}$$

$\underline{a} - 8 = 2$
$a = 8 + 2$
$a = 10$

III. Множимое множитель произведение

$4 \cdot 3 = 12$

$$\underbrace{\overset{\text{множ.}}{4}\quad\overset{\text{множ.}}{4}\quad\overset{\text{множ.}}{4}}_{12}$$

произведение

$$\underbrace{x\quad x\quad x}_{12}$$

произведение

$x \cdot 3 = \underline{12}$
$x = 12 : 3$
$x = 4$

IV. Делимое делитель частное

$15 : 3 = 5$

$$\underbrace{\overset{\text{част.}}{5}\quad\overset{\text{част.}}{5}\quad\overset{\text{част.}}{5}}_{15}$$

делитель

делимое

$$\underbrace{\text{по } 5 \; x \text{ раз}}_{15}$$

делимое

$\underline{15} : x = 5$
$x = 15 : 5$
$x = 3$

$\underbrace{x\quad x\quad x\quad x\quad x}_{15}$

$15 : 3 = x$
$x = 5$

$\underbrace{3\quad 3\quad 3\quad 3\quad 3}_{15}$

$\underbrace{5\quad 5\quad 5}_{y}$

$\underline{y} : 3 = 5$
$y = 5 \cdot 3$
$y = 15$

Два вида деления: на равные части и по содержанию.

С помощью этих чертежей показываю взаимосвязь между действиями сложения и вычитания, умножения и деления.

Такой способ обучения решению уравнений позволяет вести учебный процесс с большим опережением. Даже во 2-м классе начальной школы можно научить детей решать и сложные уравнения.

Например, запись решения уравнения принимает такой вид:

$\underbrace{2 \cdot x}_{\text{I слаг.}} + \underbrace{8}_{\text{II слаг.}} = \underbrace{\underline{20}}_{\text{сумма}}$

$\underbrace{2 \cdot x\quad\quad 8}_{20}$

$\underbrace{\text{по } 2\ x \text{ раз}}_{12}$

$2 \cdot x = 20 - 8$
$2 \cdot x = 12$

$x = 12 : 2$
$x = 6$

$2 \cdot 6 + 8 = 20$

$\underbrace{2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\quad 8}_{20}$

Прежде чем начать решать уравнение, устанавливаем действия I и II ступеней (сильные и слабые действия) и определяем названия компонентов и результатов арифметических действий. При этом я говорю детям, что между компонентами уравнения идет спор: кто сильнее к себе потянет x – 2 или 8, и почему? Ставим стрелку. Значит, $2 \cdot x$ идет как одно число, оно стоит перед знаком «плюс» и является I слагаемым. Прямо под данным уравнением делаем чертеж, подписываем названия компонентов, находим компонент с наибольшим значением и подчеркиваем его.

Постепенно сложное уравнение приводим к простому. Получилось уравнение $2 \cdot x = 12$. Под ним тоже делаем чертеж, называем компоненты действия умножения. Решаем и делаем проверку по данному уравнению и чертежу.

Уравнение $2 \cdot x + 8 = 20$ сопоставляем с уравнением $2 \cdot (x + 8) = 20$. Выясняем, почему уравнения решаются по-разному и компоненты называются по-разному. (Обратить внимание на скобки!) Делаем чертеж к обоим уравнениям, сравниваем:

$\underbrace{2 \cdot x}_{\text{I слаг.}} + \underbrace{8}_{\text{II слаг.}} = \underbrace{\underline{20}}_{\text{сумма}}$

$\underbrace{2 \cdot x\quad\quad 8}_{20}$

$2 \cdot x = 20 - 8$
$2 \cdot x = 12$
$x = 12 : 2$
$x = 6$

$\underbrace{2}_{\text{множ.}} \cdot \underbrace{(x + 8)}_{\text{множ.}} = \underbrace{\underline{20}}_{\text{произвед.}}$

(По $(x + 8)$ берем 2 раза.)

$\underbrace{x + 8\quad x + 8}_{20}$

Применяем переместительное свойство умножения:

$x + 8 = 20 : 2$
$x + 8 = 10$
$x = 10 - 8$
$x = 2$

В конце делаем вывод.

Затем провожу упражнения над уравнением $2 \cdot x + 8 = 20$.

1. Ставлю вопрос: как нужно изменить знак, чтобы компоненты назывались *уменьшаемое, вычитаемое, разность*, учитывая, что $2 \cdot x$ идет как одно число?

уменьш. вычит. разн.

$\underline{2 \cdot x} - 8 = 20$

Подчеркиваем компонент с наибольшим значением, делаем чертеж и решаем:

$$\underbrace{8 \quad\quad 20}_{2 \cdot x}$$

$2 \cdot x = 8 + 20$
$2 \cdot x = 28$
$x = 28 : 2$
$x = 14$

2. Как нужно изменить знак, чтобы компоненты назывались *делимое, делитель, частное*, учитывая, что $2 \cdot x$ – одно число? Также подчеркиваем компонент с наибольшим значением:

$\underline{2 \cdot x} : 8 = 20$

$$\underbrace{20 \quad 20 \quad 20 \quad 20 \quad 20 \quad 20 \quad 20 \quad 20}_{20 \cdot x}$$

$2 \cdot x = 20 \cdot 8$
$2 \cdot x = 160$

3. Как будут называться компоненты, если уравнение будет иметь такой вид:

а) $\underbrace{(2 \cdot x)}_{\text{множ.}} \cdot \underbrace{8}_{\text{множ.}} = \underbrace{\underline{20}}_{\text{произвед.}}$

$$\underbrace{2 \cdot x \quad 2 \cdot x \quad 2 \cdot x \quad 2 \cdot x \quad 2 \cdot x \quad 2 \cdot x \quad 2 \cdot x \quad 2 \cdot x}_{20}$$

$2 \cdot x = 20 : 8$

По ($2 \cdot x$) взяли 8 раз.

б) $2 + x \cdot 8 = 20$
в) $(2 - x) \cdot 8 = 20$
г) $2 \cdot x \cdot 8 = 20$
д) $2 : (x \cdot 8) = 20$

Такие сложные уравнения я обучаю детей решать другим способом, применяя схематический рисунок весов:

$2 \cdot x + 8 = 20$

$\underline{2 \cdot x + 8}$ $\quad$ $\underline{20}$

$\underline{2 \cdot x + 8 - 8}$ $\quad$ $\underline{20 - 8}$

Весы находятся в равновесии. Я ставлю вопрос: как «избавиться» от числа 8? В таком случае дети сами могут догадаться, что если из каждой чаши весов убрать по 8, то равновесие сохраняется.

$2 \cdot x + 8 - 8 = 20 - 8$
$2 \cdot x = 20 - 8$
$2 \cdot x = 12$
$x = 12 : 2$
$x = 6$

Если число 8 убрать только с левой чаши, то весы будут не в равновесии.

$\underline{2 \cdot x + 8 - 8}$ $\quad$ $\underline{20}$

Значит, 8 надо убрать с обеих чаш.

$2 \cdot (x + 8) = \underline{20}$
$(x + 8) \cdot 2 = 20$
(переместительное свойство)

$\underline{(x + 8) \cdot 2 : 2}$ $\quad$ $\underline{20 : 2}$

$(x + 8) \cdot 2 : 2 = 20 : 2$
$x + 8 = 10$
$x = 10 - 8$
$x = 2$

В этом уравнении нужно «убрать» число 2. При решении уравнений таким способом нужно обратить особое внимание на то, что сложение и деление – это взаимообратные арифметические действия.

После решения данных уравнений разными способами сопоставляем ответы.

Иногда даю для решения такие уравнения, которые имеют отрицательные корни. Вместе с детьми устанавливаем, почему не решается данное уравнение и что нужно изменить, чтобы оно решалось.

Например:

$\underbrace{(6 + x)}_{\text{I слаг.}} + \underbrace{7}_{\text{II слаг.}} = \underbrace{\underline{2}}_{\text{сумма}}$

$$\underbrace{6 + x \quad\quad 7}_{2}$$

$6 + x = 2 - 7$

Обязательно находим тот компонент, который принимает наибольшее значение, и определяем, как он называется. Дети сами догадываются, что сумма не может быть меньше одного из слагаемых.

Для закрепления умения определять компоненты и результаты арифметических действий при решении сложных уравнений провожу ряд упражнений. Например:

1. Во множестве сложных уравнений дети должны выбрать уравнения с компонентами и результатами арифметических действий сложения, вычитания, умножения и деления, не решая их. Объясняем, почему.

$(x + 8) - 15 = 32$	$(y - 7) + 4 = 18$
$18 : (x - 5) = 6$	$4 + (y - 7) = 18$
$18 : x - 5 = 6$	$в : 5 \cdot 6 = 30$
$(5 + y) : 2 = 12$	$17 - (к - 5) = 10$
$5 + y : 2 = 12$	$(17 - к) - 5 = 10$

2. По данным чертежам составить всевозможные уравнения:

$$\underbrace{3 \cdot x \quad\quad 8}_{36}$$

$$\underbrace{3 \cdot x}_{\text{I слаг.}} + \underbrace{8}_{\text{II слаг.}} = \underbrace{36}_{\text{сумма}}$$

$$\underbrace{36}_{\text{уменьш.}} - \underbrace{3 \cdot x}_{\text{вычит.}} = \underbrace{8}_{\text{разн.}}$$

$$\underbrace{3}_{\text{множ.}} \cdot \underbrace{x}_{\text{множ.}} = \underbrace{36 - 8}_{\text{произвед.}}$$

$$\underbrace{x \quad x \quad x \quad x \quad 18}_{42}$$

$$\underbrace{x \cdot 4}_{\text{I слаг.}} + \underbrace{18}_{\text{II слаг.}} = \underbrace{42}_{\text{сумма}}$$

$$\underbrace{42}_{\text{уменьш.}} - \underbrace{x \cdot 4}_{\text{вычит.}} = \underbrace{18}_{\text{разн.}}$$

$$\underbrace{x}_{\text{I множ.}} \cdot \underbrace{4}_{\text{II множ.}} = \underbrace{42 - 18}_{\text{произвед.}}$$

$$\underbrace{(42 - 18)}_{\text{делимое}} : \underbrace{x}_{\text{делитель}} = \underbrace{4}_{\text{частное}}$$

$$\underbrace{5 \quad 5 \quad 5 \quad 6}_{x}$$

$$\underbrace{5 \cdot x}_{\text{I слаг.}} + \underbrace{6}_{\text{II слаг.}} = \underbrace{x}_{\text{сумма}}$$

$$\underbrace{x}_{\text{уменьш.}} - \underbrace{5 \cdot 3}_{\text{вычит.}} = \underbrace{6}_{\text{разн.}}$$

$$\underbrace{(x - 6)}_{\text{делимое}} : \underbrace{5}_{\text{делитель}} = \underbrace{3}_{\text{частное}}$$

$$\underbrace{5 \cdot 3}_{\text{I слаг.}} + \underbrace{6}_{\text{II слаг.}} = \underbrace{x}_{\text{сумма}}$$

В каждом из полученных уравнений определяем названия компонентов и результатов арифметических действий. Такая работа проводится коллективно на доске и в тетрадях. Обращаю внимание детей на то, что каждый раз «целое» «превращается» в разные компоненты арифметических действий и как они между собой взаимосвязаны.

Таким образом я, постепенно усложняя задания, научила детей к концу 2-го класса неплохо разбираться в сложных уравнениях. Умение решать сложные уравнения очень помогает при решении задач с составлением уравнений. У детей развивается логическое мышление и большой интерес к математике.

Валентина Владимировна Смирнова – *учитель начальных классов Моргаушской средней школы, Чувашская Республика.*

1-й класс дежурит по школе. Учитель просит детей выйти в коридор на дежурство. Коля возвращается недовольный.

Учитель: Что случилось?

Коля низко опускает голову и молчит.

Учитель: Коля, тебя кто-то обидел?

Коля: Нет.

Учитель: Ну, иди тогда дежурить.

Коля (печально): А там никто не бегает…